Théorie de la normalisation relationnelle (dépendance fonctionnelle, forme normale, clé)

stph.scenari-community.org/bdd
nor1.pdf

utc
Formation

Stéphane Crozat

29 janvier 2018

Table des matières

Cours

I

La théorie de la normalisation relationnelle est très importante pour la conception de BD*, dans la mesure où elle donne le cadre théorique pour la gestion de la redondance, et dans la mesure où une bonne maîtrise de la redondance est un aspect majeur de cette conception.

1. Redondance et normalisation

Objectifs

Comprendre la problématique de la redondance.

1.1. Exercice : Introduction à la redondance

Soit la relation R suivante, définie en extension :

A	B	C	D	E	F	G
0	1	1	10	5	X	A
0	2	1	10	9	X	G
0	1	2	10	6	X	S
0	1	3	10	7	X	D
1	2	3	20	7	Y	D
0	3	3	10	9	X	G
1	4	3	20	8	Y	F
1	1	4	20	9	Y	G

Relation R

Question 1

[*solution* n°1 p.29]

Proposez des clés pour cette relation. Justifiez brièvement.

Question 2

[*solution* n°2 p.29]

Cette relation contient-elle des redondances ? Si oui lesquelles ? Justifiez brièvement.

Question 3

[solution n°3 p.29*]*

Si la relation contient des redondances, proposez une solution contenant exactement la même information, mais sans redondance.

1.2. Les problèmes soulevés par une mauvaise modélisation

Attention

Il y a toujours plusieurs façons de modéliser conceptuellement un problème, certaines sont bonnes et d'autres mauvaises. C'est l'expertise de l'ingénieur en charge de la modélisation, à travers son expérience accumulée et sa capacité à traduire le problème posé, qui permet d'obtenir de bons modèles conceptuels.

S'il est difficile de définir un bon modèle conceptuel, on peut en revanche poser qu'un bon modèle logique relationnel est un modèle où la redondance est contrôlée.

On peut alors poser qu'un bon modèle conceptuel est un modèle conceptuel qui conduit à un bon modèle relationnel, après application des règles de passage E-A ou UML vers relationnel. Mais on ne sait pas pour autant le critiquer avant ce passage, autrement qu'à travers l’œil d'un expert.

A défaut de disposer d'outils systématiques pour obtenir de bons modèles conceptuels, on cherche donc à critiquer les modèles relationnels obtenus.

La théorie de la normalisation est une théorie qui permet de critiquer, puis d'optimiser, des modèles relationnels, de façon à en contrôler la redondance.

Exemple : Un mauvais modèle relationnel

Imaginons que nous souhaitions représenter des personnes, identifiées par leur numéro de sécurité sociale, caractérisées par leur nom, leur prénom, ainsi que les véhicule qu'elles ont acheté, pour un certain prix et à une certaine date, sachant qu'un véhicule est caractérisé par son numéro d'immatriculation, un type, une marque et une puissance. On peut aboutir à la représentation relationnelle suivante :

```
Personne(NSS, Nom, Prénom, Immat, Marque, Type, Puiss, Date, Prix)
```

Posons que cette relation soit remplie par les données suivantes :

NSS	Nom	Prénom	Immat	Marque	Type	Puiss	Date	Prix
16607...	Dupont	Paul	AJ600AQ	Renault	Clio	5	1/1/96	60000
16607...	Dupont	Paul	AA751KK	Peugeot	504	7	2/7/75	47300
24908...	Martin	Marie	AA751KK	Peugeot	504	7	1/10/89	54900
15405...	Durand	Olivier	AA751KK	Peugeot	504	7	8/8/90	12000
15405...	Durand	Olivier	AJ600AQ	Renault	Clio	5	7/6/98	65000
15405...	Durand	Olivier	XX100XX	BMW	520	10	4/5/01	98000

Relation redondante

On peut alors se rendre compte que des redondances sont présentes, si l'on connaît NSS on connaît Nom et Prénom, si on connaît Immat, on connaît Marque, Type et Puiss.

NSS	Nom	Prénom	Immat	Marque	Type	Puiss	Date	Prix
16607...	Dupont	Paul	AJ600AQ	Renault	Clio	5	1/1/96	60000
16607...	Dupont	Paul	AA751KK	Peugeot	504	7	2/7/75	47300
24908...	Martin	Marie	AA751KK	Peugeot	504	7	1/10/89	54900
15405...	Durand	Olivier	AA751KK	Peugeot	504	7	8/8/90	12000
15405...	Durand	Olivier	AJ600AQ	Renault	Clio	5	7/6/98	65000
15405...	Durand	Olivier	XX100XX	BMW	520	10	4/5/01	98000

Relation redondante

On sait que ces redondances conduiront à des problèmes de contrôle de la cohérence de l'information (erreur dans la saisie d'un numéro de sécurité sociale), de mise à jour (changement de nom à reporter dans de multiples tuples), de perte d'information lors de la suppression de données (disparition des informations concernant un type de véhicule) et de difficulté à représenter certaines informations (un type de véhicule sans propriétaire).

Complément

On conseillera de lire le chapitre 2 de SQL2 SQL3, applications à Oracle* (pages 42 à 49) qui propose une très bonne démonstration par l'exemple des problèmes posés par une mauvaise modélisation relationnelle.

1.3. Principes de la normalisation

Fondamental

La théorie de la normalisation est une théorie destinée à concevoir un bon schéma d'une base de données sans redondance d'information et sans risques d'anomalie de mise à jour. Elle a été introduite dès l'origine dans le modèle relationnel.

La théorie de la normalisation est fondée sur deux concepts principaux :

- *Les dépendances fonctionnelles*
  Elles traduisent des contraintes sur les données.
- *Les formes normales*
  Elles définissent des relations bien conçues.

La mise en œuvre de la normalisation est fondée sur la décomposition progressive des relations jusqu'à obtenir des relations normalisées.

Méthode

Afin de mener une bonne conception on cherchera à obtenir un modèle relationnel en BCNF* pour lequel l'absence de redondance est simple à démontrer (car les DF* sont simples à vérifier).

2. Dépendances fonctionnelles

Objectifs

Savoir repérer et exprimer des dépendances fonctionnelles.

Définir une clé par les dépendances fonctionnelles.

2.1. Exercice : A1, dans l'eau !

[solution n°4 p.30]

Considérons le schéma de la relation suivante :

```
- r (A, B, C, D, E)
```

Cette relation est définie en extension par les tuples suivants :

A	B	C	D	E
a1	b2	c2	d3	e2
a1	b2	c2	d1	e4
a2	b3	c2	d1	e5
a2	b4	c5	d1	e5

Parmi les dépendances fonctionnelles suivantes, lesquelles s'appliquent à r ?

- [ ] E→D
- [ ] D→E
- [ ] C→A
- [ ] E→B
- [ ] E→A
- [ ] B→C
- [ ] B→D
- [ ] B→A

2.2. Dépendance fonctionnelle

Définition : Dépendance fonctionnelle

Soient R(A1, A2, ... , An) un schéma de relation, X et Y des sous-ensembles de A1, A2, ... , An. On dit que X détermine Y, ou que Y dépend fonctionnellement de X, si et seulement s'il existe une fonction qui à partir de toute valeur de X détermine une valeur unique de Y.

Plus formellement on pose que X détermine Y pour une relation R si et seulement si quelle que soit l'instance r de R, alors pour tous tuples t1 et t2 de r on a :

Projection (t1,X) = Projection (t2,X) ⇒ Projection (t1,Y) = Projection (t2,Y)

Syntaxe

Si X détermine Y, on note : X→Y

Exemple

Soit la relation R suivante :

```
Personne(NSS, Nom, Prénom, Marque, Type, Puiss, Date, Prix)
```

On peut poser les exemples de DF* suivants :

- NSS→Nom
- NSS→Prénom
- Type→Marque
- Type→Puiss
- (NSS, Type, Date)→Prix
- etc.

Remarque : Comment trouver les DF ?

Une DF est définie sur l'intension du schéma et non son extension. Une DF traduit une certaine perception de la réalité. Ainsi la DF (NSS, Type, Date)→Prix signifie que personne n'achète deux voitures du même type à la même date.

La seule manière de déterminer une DF est donc de regarder soigneusement ce que signifient les attributs et de trouver les contraintes qui les lient dans le monde réel.

Remarque : Pourquoi trouver les DF ?

Les DF font partie du schéma d'une BD, en conséquence, elles doivent être déclarées par les administrateurs de la BD et être contrôlées par le SGBD.

De plus l'identification des DF est la base indispensable pour déterminer dans quelle forme normale est une relation et comment en diminuer la redondance.

2.3. Axiomes d'Armstrong

Introduction

Les DF* obéissent à des propriétés mathématiques particulières, dites axiomes d'Armstrong.

Définition : Réflexivité

Tout groupe d'attributs se détermine lui même et détermine chacun de ses attributs (ou sous groupe de ses attributs).

Soient X et Y des attributs :

XY→XY et XY→X et XY→Y

Définition : Augmentation

Si un attribut X détermine un attribut Y, alors tout groupe composé de X enrichi avec d'autres attributs détermine un groupe composé de Y et enrichi des mêmes autres attributs.

Soient X, Y et Z des attributs :

$X \rightarrow Y \Rightarrow XZ \rightarrow YZ$

Définition : Transitivité

Si un attribut X détermine un attribut Y et que cet attribut Y détermine un autre attribut Z, alors X détermine Z.

Soient X, Y et Z des attributs :

$X \rightarrow Y$ et $Y \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow Z$

2.4. Autres propriétés déduites des axiomes d'Armstrong

Introduction

A partir des axiomes d'Amstrong, on peut déduire un certain nombre de propriétés supplémentaires.

Définition : Pseudo-transitivité

Si un attribut X détermine un autre attribut Y, et que Y appartient à un groupe G qui détermine un troisième attribut Z, alors le groupe G' obtenu en substituant Y par X dans G détermine également Z.

Soient, W, X, Y et Z des attributs :

$X \rightarrow Y$ et $WY \rightarrow Z \Rightarrow WX \rightarrow Z$

Cette propriété est déduite de l'augmentation et de la transitivité :

$X \rightarrow Y$ et $WY \rightarrow Z \Rightarrow WX \rightarrow WY$ et $WY \rightarrow Z \Rightarrow WX \rightarrow Z$

Définition : Union

Si un attribut détermine plusieurs autres attributs, alors il détermine tout groupe composé de ces attributs.

Soient X, Y et Z des attributs :

$X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow YZ$

Cette propriété est déduite de la réflexivité, de l'augmentation et de la transitivité :

$X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow XX$ et $XX \rightarrow XY$ et $YX \rightarrow YZ \Rightarrow X \rightarrow YZ$

Définition : Décomposition

Si un attribut détermine un groupe d'attribut, alors il détermine chacun des attributs de ce groupe pris individuellement.

Soient X, Y et Z des attributs :

$X \rightarrow YZ \Rightarrow X \rightarrow Z$ et $X \rightarrow Y$

Cette propriété est déduite de la réflexivité et de la transitivité :

$X \rightarrow YZ \Rightarrow X \rightarrow YZ$ et $YZ \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow Z$

2.5. DF élémentaire

Définition : Dépendance fonctionnelle élémentaire

Soit G un groupe d'attributs et A un attribut, une DF* G→A est élémentaire si A n'est pas incluse dans G et s'il n'existe pas d'attribut A' de G qui détermine A.

Exemple : DF élémentaires

- AB→C est élémentaire si ni A, ni B pris individuellement ne déterminent C.
- Nom, DateNaissance, LieuNaissance→Prénom est élémentaire.

Exemple : DF non élémentaires

- AB→A n'est pas élémentaire car A est incluse dans AB.
- AB→CB n'est pas élémentaire car CB n'est pas un attribut, mais un groupe d'attributs.
- N°SS→Nom, Prénom n'est pas élémentaire.

Remarque

On peut toujours réécrire un ensemble de DF en un ensemble de DFE*, en supprimant les DF triviales obtenues par réflexivité et en décomposant les DF à partie droite non atomique en plusieurs DFE.

Exemple : Réécriture de DF en DFE

On peut réécrire les DF non élémentaires de l'exemple précédent en les décomposant DFE :

- AB→A n'est pas considérée car c'est une DF triviale obtenu par réflexivité.
- AB→CB est décomposée en AB→C et AB→B, et AB→B n'est plus considérée car triviale.
- N°SS→Nom, Prénom est décomposée en N°SS→Nom et N°SS→Prénom.

2.6. Fermeture transitive des DFE

Définition : Fermeture transitive

On appelle fermeture transitive F+ d'un ensemble F de DFE*, l'ensemble de toutes les DFE qui peuvent être composées par transitivité à partir des DFE de F.

Exemple

Soit l'ensemble F = {A→B, B→C, B→D, A→E}.

La fermeture transitive de F est F+ = { A→B, B→C, B→D, A→E, A→C, A→D }

2.7. Couverture minimale des DFE

Définition : Couverture minimale

La couverture minimale d’un ensemble de DFE* est un sous-ensemble minimum des DFE permettant de générer toutes les autres DFE.

Synonymes : Famille génératrice

Remarque

Tout ensemble de DFE (et donc tout ensemble de DF) admet au moins une couverture minimale (et en pratique souvent plusieurs).

Exemple

L'ensemble F = {A→B, A→C, B→C, C→B} admet les deux couvertures minimales :

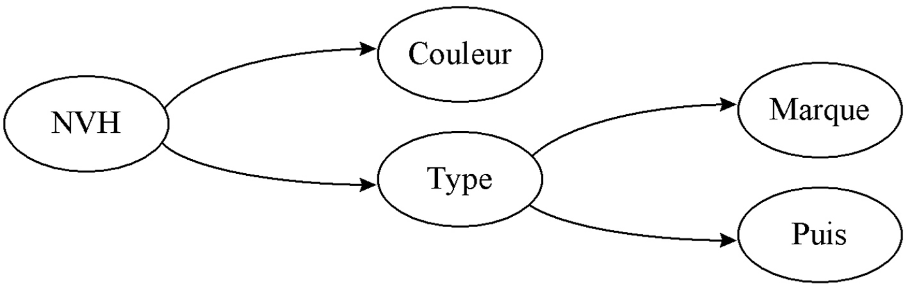
CM1 = {A→C, B→C, C→B} et CM2 = {A→B, B→C, C→B}

2.8. Graphe des DFE

On peut représenter un ensemble de DFE par un graphe orienté (ou plus précisément un réseau de Pétri), tel que les nœuds sont les attributs et les arcs les DFE (avec un seul attribut en destination de chaque arc et éventuellement plusieurs en source).

Exemple : Relation Voiture

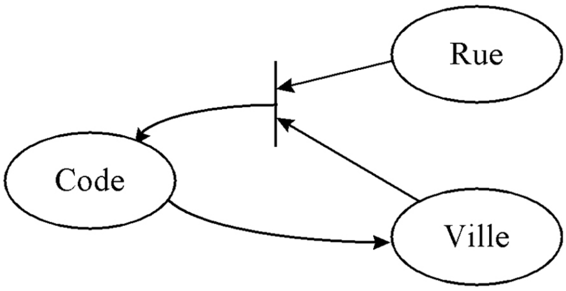
Soit la relation Voiture(NVH, Marque, Type, Puis, Couleur) avec l'ensemble des DF F = {NVH→Type, Type→Marque, Type→Puis, NVH→Couleur}. On peut représenter F par le graphe ci-dessous :



Graphe des DFE de la relation Voiture

Exemple : Relation CodePostal

Soit la relation CodePostal(Code, Ville, Rue) avec l'ensemble des DF F={Code→Ville, (Ville,Rue)→Code}. On peut réprésenter F par le graphe ci-dessous :



Graphe des DFE de la relation CodePostal

2.9. Définition formelle d'une clé

Définition : Clé

Soient une relation R(A1,A2,...,An) et K un sous-ensemble de A1,A2,... ,An.

K est une clé de R si et seulement si :

1. K→A1,A2,...,An
2. et il n'existe pas X inclus dans K tel que X→A1,A2,...,An.

Fondamental

Une clé est donc un ensemble minimum d'attributs d'une relation qui détermine tous les autres.

Remarque : Clés candidates et clé primaire

Si une relation comporte plusieurs clés, chacune est dite clé candidate et l'on en choisit une en particulier pour être la clé primaire.

Attention : Les clés candidates sont des clés !

Toutes les clés candidates sont des clés, pas seulement la clé primaire.

Remarque : Les clés candidates se déterminent mutuellement

Toute clé candidate détermine les autres clés candidates, puisque qu'une clé détermine tous les attributs de la relation.

Complément : Relation "toute clé"

Étant donné qu'une relation dispose forcément d'une clé, si une relation R n'admet aucune clé K sous ensemble des attributs A1..An de R, alors c'est que K=A1..An (la clé est composée de *tous* les attributs de R).

On parle de relation "toute clé".

2.10. Exercice : A1, touché !

[solution n°5 p.30]

Considérons le schéma de la relation suivante :

- r (A, B, C, D, E)

Cette relation est définie en extension par les tuples suivants :

A	B	C	D	E
a1	b2	c2	d3	e2
a1	b2	c2	d1	e4
a2	b3	c2	d1	e5
a2	b4	c5	d1	e5

Après avoir énoncé les DF, déterminer, parmi les groupes d'attributs suivants, lesquels sont des clés ?

- [ ] A
- [ ] B
- [ ] C
- [ ] D
- [ ] E
- [ ] {B,E}
- [ ] {A,B,C,D,E}

3. Formes normales

Objectifs

Connaître les formes normales et leurs implications en terme de redondance.

3.1. Les formes normales

Les formes normales ont pour objectif de définir la décomposition des schémas relationnels, tout en préservant les DF* et sans perdre d'informations, afin de représenter les objets et associations canoniques du monde réel de façon non redondante.

On peut recenser les 6 formes normales suivantes, de moins en moins redondantes :

- la première forme normale
- la deuxième forme normale
- la troisième forme normale

- la forme normale de Boyce-Codd
- la quatrième forme normale
- la cinquième forme normale

La troisième forme normale est généralement reconnue comme la plus importante à respecter.

La BCNF* est la plus simple à établir.

3.2. Principe de la décomposition

L'objectif de la décomposition est de "casser" une relation en relations plus petites afin d'en éliminer les redondances et sans perdre d'information.

Définition : Décomposition

La décomposition d'un schéma de relation R(A1,A2,...,An) est le processus de remplacement de ce schéma par une collection de schémas R1,R2,...,Rn telle qu'il est possible de reconstruire R par des opérations relationnelles de jointure sur R1,R2,...,Rn.

Définition : Décomposition préservant les DF

Une décomposition d'une relation R en relations R1,R2,...Rn préserve les DF* si la fermeture transitive F+ des DF de R est la même que la fermeture transitive F+ de l'union des DF de R1,R2,...,Rn.

Exemple : Décomposition préservant les DF d'une relation Voiture

Soit la relation Voiture(Numéro,Marque,Type,Puissance,Couleur) avec la fermeture transitive suivante :

- Numéro→Marque
- Numéro→Type
- Numéro→Puissance
- Numéro→Couleur
- Type→Marque
- Type→Puissance

On peut décomposer Voiture en préservant les DF en deux relations R1(Numéro,Type,Couleur) et R2(Type, Puissance,Marque).

3.3. Première forme normale

Définition : 1NF

Une relation est en 1NF* si elle possède au moins une clé et si tous ses attributs sont atomiques.

Définition : Attribut atomique

Un attribut est atomique si il ne contient qu'une seule valeur pour un tuple donné, et donc s'il ne regroupe pas un ensemble de plusieurs valeurs.

Exemple : Avoir plusieurs métiers

Soit la relation Personne instanciée par deux tuples :

```
Personne(#Nom, Profession)
```

```
(Dupont, Géomètre)
(Durand, Ingénieur-Professeur)
```

La relation n'est pas en 1NF, car l'attribut Profession peut contenir plusieurs valeurs.

Pour que la relation soit en 1NF, on pourrait par exemple ajouter Profession à la clé et faire apparaître deux tuples pour Durand, on obtiendrait :

```
Personne(#Nom, #Profession)
```

```
(Dupont, Géomètre)
(Durand, Ingénieur)
(Durand, Professeur)
```

Une autre solution aurait été d'ajouter un attribut ProfessionSecondaire. On obtiendrait ainsi :

```
Personne(#Nom, Profession, ProfessionSecondaire)
```

```
(Dupont, Géomètre, Null)
(Durand, Ingénieur, Professeur)
```

Remarque : Relativité de la notion d'atomicité

L'atomicité d'un attribut est souvent relative : on peut décider qu'un attribut contenant une date n'est pas atomique (et que le jour, le mois et l'année constituent chacun une valeur), ou bien que l'attribut est de domaine date et donc qu'il est atomique.

Fondamental : Énoncer les clés

Le modèle relationnel impose qu'une relation ait une clé, donc la condition "est en 1NF si elle possède une clé" est superflue (au pire la relation est toute clé*).

Il est néanmoins fondamental d'avoir identifié *toutes* les clés au début du processus de normalisation.

3.4. Deuxième forme normale

Définition : 2NF

Une relation est en 2NF* si elle est en 1NF* et si tout attribut n'appartenant à aucune clé candidate ne dépend pas d'une partie seulement d'une clé candidate.

Exemple : Echelle de salaire

Soit la relation Personne :

```
Personne(#NumeroEmployé, #Profession, Nom, Prénom, Salaire)
```

Soit les DF suivantes sur cette relation :

- NumeroEmployé, Profession→Nom
- NumeroEmployé, Profession→Prénom
- NumeroEmployé, Profession→Salaire
- Profession→Salaire

Personne n'est pas en 2NF car Profession (une partie de clé) détermine Salaire (un attribut qui n'appartient pas à une clé)

Pour avoir un schéma relationnel en 2NF, il faut alors décomposer Personne en deux relations :

```
Personne(#NumeroEmployé, #Profession=>Profession, Nom, Prenom)
Profession(#Profession, Salaire)
```

On remarque que ce schéma est en 2NF (puisque Salaire dépend maintenant fonctionnellement d'une clé et non plus d'une partie de clé).

On remarque aussi que la décomposition a préservé les DF, puisque nous avons à présent :

- Profession→Salaire (DF de la relation Profession)
- NumeroEmployé, Profession→Profession (par Réflexivité)
- NumeroEmployé, Profession→Salaire (par Transitivité)

Attention

La définition de la 2NF doit être vérifiée pour toutes les clés candidates et non seulement la clé primaire (dans le cas où il y a plusieurs clés).

Remarque

Si toutes les clés d'une relation ne contiennent qu'un unique attribut, et que la relation est en 1NF, alors la relation est en 2NF.

3.5. Troisième forme normale

Définition : 3NF

Une relation est en 3NF* si elle est en 2NF* et si tout attribut n'appartenant à aucune clé candidate ne dépend directement que de clés candidates.

C'est à dire que toutes les DFE* vers des attributs n'appartenant pas à une clé, sont issues d'une clé.

Exemple : Échelle de salaire et de prime

Soit la relation Profession :

```
Profession(#Profession, Salaire, Prime)
```

Soit les DF suivantes sur cette relation :

- Profession→Salaire
- Profession→Prime
- Salaire→Prime

Cette relation n'est pas en 3NF car Salaire, qui n'est pas une clé, détermine Prime.

Pour avoir un schéma relationnel en 3NF, il faut décomposer Profession :

```
Profession(#Profession, Salaire=>Salaire)
Salaire(#Salaire, Prime)
```

Ce schéma est en 3NF, car Prime est maintenant déterminé par une clé.

On remarque que cette décomposition préserve les DF, car par transitivité, Profession détermine Salaire qui détermine Prime, et donc Profession détermine toujours Prime.

Attention : Clé candidate

La définition concerne toutes les clés candidates et non uniquement la clé primaire (SQL avancé : Programmation et techniques avancées*, p.27).

Fondamental

Il est souhaitable que les relations logiques soient en 3NF. En effet, il existe toujours une décomposition sans perte d'information et préservant les DF d'un schéma en 3NF. Si les formes normales suivantes (BCNF*, 4NF* et 5NF*) assurent un niveau de redondance encore plus faible, la décomposition permettant de les atteindre ne préserve plus systématiquement les DF.

Remarque : Limite de la 3NF

Une relation en 3NF permet des dépendances entre des attributs n'appartenant pas à une clé vers des parties de clé.

Complément : 3NF et 2NF

Une relation en 3NF est forcément en 2NF car :

- Toutes les DFE vers des attributs n'appartenant pas à une clé sont issues d'une clé, ce qui implique qu'il n'existe pas de DFE, issues d'une partie de clé vers un attribut qui n'appartient pas à une clé.
- Il ne peut pas non plus exister de DFE issues d'une partie de clé vers un attribut appartenant à une clé, par définition de ce qu'une clé est un ensemble minimum.

On n'en conclut qu'il ne peut exister de DFE, donc a fortiori pas de DF*, issues d'une partie d'une clé, et donc que toutes les DF issues d'une clé sont élémentaires.

3.6. Forme normale de Boyce-Codd

Définition : BCNF

Une relation est en BCNF* si elle est en 3NF* et si les seules DFE* existantes sont celles pour lesquelles une clé candidate détermine un attribut.

Exemple : Employés

Soit la relation Personne :

```
Personne(#N°SS, #Pays, Nom, Région)
```

Soit les DF suivantes sur cette relation :

- N°SS,Pays→Nom
- N°SS,Pays→Région
- Région→Pays

Il existe une DFE qui n'est pas issue d'une clé et qui détermine un attribut appartenant à une clé. Cette relation est en 3NF, mais pas en BCNF (car en BCNF toutes les DFE sont issues d'une clé).

Pour avoir un schéma relationnel en BCNF, il faut décomposer Personne :

```
Personne(#N°SS, #Region=>Region, Nom)
Region(#Region, Pays)
```

Remarquons que les DF n'ont pas été préservées par la décomposition puisque N°SS et Pays ne déterminent plus Région.

Fondamental : Simplicité

La BCNF est la forme normale la plus facile à appréhender intuitivement et formellement, puisque les seules DFE existantes sont de la forme K→A où K est une clé.

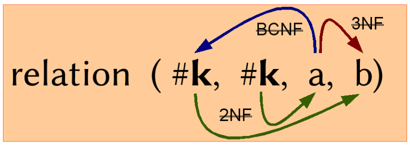
Méthode : À retenir

Pour prouver qu'une BD n'est pas redondante, on pourra se contenter de vérifier qu'elle est en BCNF.

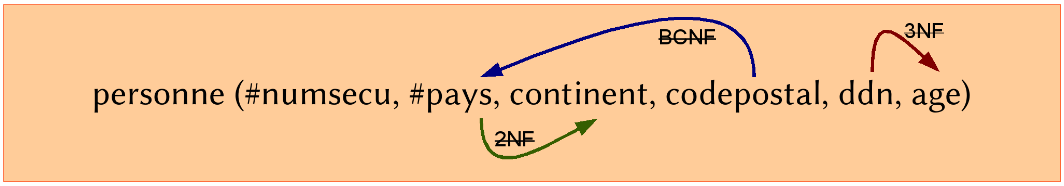
Attention : Non préservation des DF

Une décomposition en BCNF ne préserve pas toujours les DF.

3.7. Synthèse



Exemple



3.8. Exercice : A1, coulé !

[*solution* n°6 p.31]

Considérons le schéma de la relation suivante :

```
- r (A, B, C, D, E)
```

Cette relation est définie en extension par les tuples suivants :

A	B	C	D	E
a1	b2	c2	d3	e2
a1	b2	c2	d1	e4
a2	b3	c2	d1	e5
a2	b4	c5	d1	e5

Après avoir énoncé les DF et les clés, déterminer la forme normale du schéma ?

- ☐ 1NF
- ☐ 2NF
- ☐ 3NF
- ☐ BCNF

4. Bibliographie commentée sur la normalisation

Complément : Synthèses

SQL2 SQL3, applications à Oracle *

On conseillera de lire le chapitre 2 (pages 42 à 49) qui propose une très bonne démonstration par l'exemple des problèmes posés par une mauvaise modélisation relationnelle.

Une description claire des formes normales, rendue simple et pratique grâce à des exemples représentatifs (chapitre 2).

Exercices

II

1. Exercice : De quoi dépend un cours ?

[10 min]

On considère le schéma relationnel R défini sur les attributs suivants : C : cours, P : professeur, H : heure, S : salle, E : étudiant, N : note.

Un nuplet (c, p, h, s, e, n) a pour signification que le cours c est fait par le professeur p à l'heure h dans la salle s pour l'étudiant e qui a reçu la note n.

L'ensemble E des dépendances fonctionnelles initiales est le suivant :

- C → P
- H,S → C
- H,P → S
- C,E → N
- H,E → S

Question 1

[solution n°7 p.32*]*

Donner la fermeture transitive F+ des dépendances fonctionnelles élémentaires engendrées par E.

Question 2

[solution n°8 p.32*]*

Quelle est la clé de la relation R ? Montrer qu'elle est unique.

2. Exercice : Cuisines et dépendances

[20 min]

On considère une relation R construite sur les attributs Propriétaire, Occupant, Adresse, Noapt, Nbpièces, Nbpersonnes, un nuplet (p, o, a, n, nb1, nb2) ayant la signification suivante : La personne o habite avec nb2 personnes l'appartement de numéro n ayant nb1 pièces dont le propriétaire est p.

Une analyse de cette relation nous fournit un ensemble initial E de dépendances fonctionnelles :

- occupant → adresse
- occupant → noapt
- occupant → nbpersonnes
- adresse, noapt → propriétaire
- adresse, noapt → occupant
- adresse, noapt → nbpièces

Question 1

[solution n°9 p.32*]*

Donner l'ensemble des DFE engendrées par E (fermeture transitive F+).

Question 2

[solution n°10 p.32*]*

Quelles sont les clés candidates de R ?

Question 3

[solution n°11 p.32*]*

Montrer que R est en 3NF de deux façons différentes (sans passer et en passant par la BCNF).

3. Test : Normalisation

Exercice [solution n°12 p.33]

Soit la relation suivante et une couverture minimale des DF associée.

```
tUtilisateur (pklogin,mdp,nom,prenom,ville)
```

```
- pkloginmdp,nom,prenom,ville
- nom,prenompklogin
- villenom
```

Sélectionner la ou les clés de cette relation.

- [ ] pklogin
- [ ] mdp
- [ ] nom
- [ ] prenom
- [ ] ville
- [ ] (pklogin,mdp)
- [ ] (pklogin,nom)
- [ ] (nom,prenom)
- [ ] (ville,nom)
- [ ] (nom,prenom,ville)

Exercice

[solution n°13 p.34]

Soit le schéma relationnel (on pose que les attributs A, B, C, D, X et Y sont atomiques) :

```
R1(A, B, C, D)
R2(X, Y)
```

Soit les dépendances fonctionnelles identifiées :

- A → C
- A,B → D
- X → Y

En quelles formes normales est ce schéma relationnel ?

- [ ] 1NF
- [ ] 2NF
- [ ] 3NF
- [ ] BCNF

Exercice

[solution n°14 p.34]

Soit le schéma relationnel suivant :

```
Personne (Nom, Prenom, Age, DateNaissance)
```

Soit les DF suivantes :

- Nom → Prenom
- Nom, Prenom → Age
- Prenom → DateNaissance, Nom
- DateNaissance, Age → Age, Nom
- Age, Nom → Age, DateNaissance
- DateNaissance → Age

Quelles sont les clés candidates pour la relation Personne ?

- [ ] Nom
- [ ] Prenom
- [ ] Age
- [ ] DateNaissance

Exercice

[solution n°15 p.35]

Soit la relation R (A:Int, B:Int, C:Int, D:Int, E:Int) et l'ensemble de DFE* suivant : {A → B ; A → C ; A → D ; A → E ; B → A ; B → C}

Sélectionner toutes les assertions vraies.

- ☐ A est une clé
- ☐ B est une clé
- ☐ C est une clé
- ☐ Le schéma est en 1NF
- ☐ Le schéma est en 2 NF
- ☐ Le schéma est en 3 NF
- ☐ Cet ensemble de DFE est une fermeture transitive.
- ☐ Cet ensemble de DFE est une couverture minimale.

Exercice

[solution n°16 p.35]

Soit le schéma relationnel (on pose que tous les attributs sont atomiques) :

```
Adresse (Numero, Rue, Ville=>Ville, Pays=>Ville)
Ville (Ville, Pays=>Pays)
Pays (Pays)
```

En quelles formes normales est ce schéma relationnel ?

- ☐ 1NF
- ☐ 2NF
- ☐ 3NF
- ☐ BCNF

Devoir

III

1. Exercice : Abécédaire

[30 min]

Soit la relation R(A, B, C, D) et l'ensemble de dépendances fonctionnelles:

F = {C→D, AB→C, B→C}.

Question 1

Rappeler la définition d'une DFE et identifier DF1 la DF de F qui n'est pas une DFE.

Question 2

En utilisant les axiomes d'Armstrong montrer pourquoi l'on peut simplement supprimer DF1.

Question 3

Proposer une couverture minimale CM des DFE.

Question 4

Proposer une fermeture transitive F+ des DFE.

Question 5

Donner toutes les clés possibles, justifier en utilisant F+ et les axiomes d'Armstrong.

Question 6

En rappelant la définition de troisième forme normale basée sur la définition de la 2NF, montrer que le schéma <R,F> n'est pas en 3FN, en montrant qu'il n'est pas en 2NF.

Question 7

En rappelant la définition de troisième forme normale basée sur les DFE, montrer que le schéma <R,F> n'est pas en 3FN à cause de deux DF.

Question 8

Illustrer votre démonstration en proposant un contenu de la relation qui met en évidence au moins une des anomalies dues au non respect de la 3NF.

Question 9

Soit la décomposition :

1. R1 : (#A, B) F1 = { }
2. R2 : (#B,C) F2 = {B → C}
3. R3 : (#C,D) F3 = {C → D}

Montrer que la décomposition est en 3NF et sans perte de données ni de DFE.

Questions de synthèse

En quoi peut-on dire que certains schémas relationnels sont mauvais ?

....

Pourquoi est-il primordial de repérer les dépendances fonctionnelles sur un schéma relationnel ?

....

Comment repère-t-on ces dépendances fonctionnelles ?

....

Que sont les axiomes d'Armstrong et à quoi servent-ils ?

....

....
....

Qu'est ce que la décomposition d'une relation ?

....
....
....
....
....
....
....

Pourquoi le respect de la première forme normale reste-t-il en partie subjectif ?

....
....
....
....
....
....
....

Quelle forme normale est généralement souhaitable pour un schéma relationnel ?

....
....
....
....
....
....
....

Solutions des exercices

> **Solution** n°1

Exercice p. 4

Il y a trois clés candidates : {B,C}, {B,E} et {B,G}, soit la concaténation des colonnes B et C, ou B et E ou B et G. Ce sont en effet les plus petites combinaisons qui sont uniques pour cette relation, et donc qui permettent de distinguer deux enregistrements. Pour toutes les autres combinaisons, soit elles ne sont pas uniques, soit elles contiennent {B,C}, {B,E} ou {B,G}.

> **Solution** n°2

Exercice p. 4

La relation contient des redondances : les colonnes A, D et F d'une part et E et G d'autre part sont redondantes. En effet pour une valeur donnée de A, on obtient toujours les mêmes valeurs de D et F et pour une valeur donnée de E on obtient toujours la même valeur de G.

> **Solution** n°3

Exercice p. 5

La seule solution pour supprimer les redondances est de découper la relation R en relations non redondantes.

A	B	C	E
0	1	1	5
0	2	1	9
0	1	2	6
0	1	3	7
1	2	3	7
0	3	3	9
1	4	3	8
1	1	4	9

Relation R1

A	D	F
0	10	X
1	20	Y

Relation R2

E	G
5	A
9	G
6	S
7	D
8	F

Relation R3

> **Solution** n°4

Exercice p. 7

Considérons le schéma de la relation suivante :

```
- r (A, B, C, D, E)
```

Cette relation est définie en extension par les tuples suivants :

A	B	C	D	E
a1	b2	c2	d3	e2
a1	b2	c2	d1	e4
a2	b3	c2	d1	e5
a2	b4	c5	d1	e5

Parmi les dépendances fonctionnelles suivantes, lesquelles s'appliquent à r ?

- [x] E→D
- [ ] D→E
- [ ] C→A
- [ ] E→B
- [x] E→A
- [x] B→C
- [ ] B→D
- [x] B→A

On peut définir une DF X→Y si pour une valeur de X, on a toujours la même valeur de Y.

> **Solution** n°5

Exercice p. 13

Considérons le schéma de la relation suivante :

```
- r (A, B, C, D, E)
```

Cette relation est définie en extension par les tuples suivants :

A	B	C	D	E
a1	b2	c2	d3	e2
a1	b2	c2	d1	e4
a2	b3	c2	d1	e5
a2	b4	c5	d1	e5

Après avoir énoncé les DF, déterminer, parmi les groupes d'attributs suivants, lesquels sont des clés ?

- [ ] A
- [ ] B
- [ ] C
- [ ] D
- [ ] E
- [x] {B,E}
- [ ] {A,B,C,D,E}

> **Solution** n°6

Exercice p. 19

Considérons le schéma de la relation suivante :

```
- r (A, B, C, D, E)
```

Cette relation est définie en extension par les tuples suivants :

A	B	C	D	E
a1	b2	c2	d3	e2
a1	b2	c2	d1	e4
a2	b3	c2	d1	e5
a2	b4	c5	d1	e5

Après avoir énoncé les DF et les clés, déterminer la forme normale du schéma ?

- [x] 1NF
- [ ] 2NF
- [ ] 3NF

- [ ] BCNF

Elle n'est pas 2NF à cause de la non-satisfaction de la condition "tout attribut n'appartenant pas à une clé ne dépend pas d'une partie de clé".

> **Solution** n°7

Exercice p. 20

- C→P et H,P→S donc H,C→S
- H,S→C et C→P donc H,S→P
- H,P→S et H,S→C donc H,P→C
- H,E→S et H,S→C donc H,E→C donc H,E→P
- H,E→C et C,E→N donc H,E→N

En résumé on a :

- C→P
- H,C→S
- H,S→C,P
- H,P→S,C
- C,E→N
- H,E→S,C,P,N

> **Solution** n°8

Exercice p. 20

De la fermeture transitive on déduit que (H,E) est une clé potentielle (elle dérive tous les autres attributs).

Elle est unique car H et E sont les seuls attributs qui ne sont pas en partie droite de DF. Donc ils appartiennent forcément à toutes les clés. Comme (H,E) est déjà une clé, il ne peut y en avoir d'autres (critère de minimalité).

> **Solution** n°9

Exercice p. 21

- occupant→adresse et occupant→noapt donc occupant→(adresse,noapt)
- occupant → propriétaire (Transitivité)
- occupant → nbpièces (Transitivité)

On a donc F+ :

- occupant → adresse, noapt, nbpersonnes, propriétaire, nbpièces
- adresse, noapt → propriétaire, occupant, nbpièces, nbpersonnes

> **Solution** n°10

Exercice p. 21

Une clé est un ensemble d'attributs qui détermine tous les autres. Si on regarde la fermeture transitive de E, on voit que (occupant) ainsi que (adresse, noapt) sont dans ce cas. Il y a donc deux clés candidates.

> **Solution** n°11

Exercice p. 21

Démonstration exhaustive

Pour déterminer la forme normale de R, il faut d'abord distinguer :

- les attributs clés : (occupant) et (adresse, noapt)
- et les attributs n'appartenant pas à une clé : propiétaire, nbpièces et nbpersonnes

Étudions chaque NF :

1. Considérons que la relation est en 1ère forme normale.
2. Elle est en 2ème forme normale si, pour chaque clé, tous les attributs n'appartenant pas une clé dépendent pleinement des clés et non de parties de clés. Ici c'est le cas. (occupant) est une clé à un seul attribut, la réponse est donc triviale. On vérifie pour (adresse, noapt) :
   - adresse, noapt → propriétaire, nbpièces, nbpersonnes,
   - et il n'existe pas de DF depuis adresse ou noapt.
3. Une relation est en 3ème forme normale s'il n'existe pas de dépendance fonctionnelle entre des attributs n'appartenant pas à une clé. C'est le cas ici, les seuls DF sont issues de clés. R est donc en 3ème forme normale

Démonstration courte

On peut directement montrer que R est en BCNF (donc en 3NF) : *Toutes les DFE sont de la forme K→A avec K clé.*

> **Solution** n°12

Exercice p. 22

Soit la relation suivante et une couverture minimale des DF associée.

```
tUtilisateur (pklogin,mdp,nom,prenom,ville)
```

- `pkloginmdp,nom,prenom,ville`
- `nom,prenompklogin`
- `villenom`

Sélectionner la ou les clés de cette relation.

- [x] pklogin
- [ ] mdp
- [ ] nom
- [ ] prenom
- [ ] ville
- [ ] (pklogin,mdp)

- [ ] (pklogin,nom)
- [x] (nom,prenom)
- [ ] (ville,nom)
- [ ] (nom,prenom,ville)

> **Solution** n°13

Exercice p. 23

Soit le schéma relationnel (on pose que les attributs A, B, C, D, X et Y sont atomiques) :

```
R1(A, B, C, D)
R2(X, Y)
```

Soit les dépendances fonctionnelles identifiées :

- A → C
- A,B → D
- X → Y

En quelles formes normales est ce schéma relationnel ?

- [x] 1NF
- [ ] 2NF
- [ ] 3NF
- [ ] BCNF

À partir des DF on trouve les clés (A,B) pour R1 et X pour R2.

Le schéma n'est pas 2NF, car A→C, et donc il y des attributs qui ne sont pas dans une clé (C) et qui dépendent d'une partie de clé (A).

Seconde démonstration : A→C implique AB→C (trivial ou augmentation, puis décomposition)

AB→C n'est pas élémentaire (puisque un attribut du groupe en partie gauche, A en l'occurrence, détermine à lui seul l'attribut à droite) et donc il existe une DF issue d'une clé qui n'est pas élémentaire.

> **Solution** n°14

Exercice p. 23

Soit le schéma relationnel suivant :

```
Personne (Nom, Prenom, Age, DateNaissance)
```

Soit les DF suivantes :

- Nom → Prenom
- Nom, Prenom → Age
- Prenom → DateNaissance, Nom
- DateNaissance, Age → Age, Nom

- Age, Nom → Age, DateNaissance
- DateNaissance → Age

Quelles sont les clés candidates pour la relation Personne ?

- [x] Nom
- [x] Prenom
- [ ] Age
- [x] DateNaissance

Afin de déterminer les clés, il faut exprimer la fermeture transitive, le relevé des DF présenté ici étant quelque peu chaotique.

Soit la fermeture transitive suivante :

- N → P (par hypothèse)
- N → A (car N → NP → A : augmentation et transitivité)
- N → D (car N → P → DN → D : transitivité et décomposition)
- P → D (car P → DN : décomposition)
- P → N (car P → DN : décomposition)
- P → A (car P → N → A : transitivité)
- D → A (par hypothèse)
- D → N (car DA → AN Þ DD → AN : pseudo-transitivité)
- D → P (car D → N → P)

> **Solution** n°15

Exercice p. 24

Soit la relation R (A:Int, B:Int, C:Int, D:Int, E:Int) et l'ensemble de DFE* suivant : {A → B ; A → C ; A → D ; A → E ; B → A ; B → C}

Sélectionner toutes les assertions vraies.

- [x] A est une clé
- [x] B est une clé
- [ ] C est une clé
- [x] Le schéma est en 1NF
- [x] Le schéma est en 2 NF
- [x] Le schéma est en 3 NF
- [ ] Cet ensemble de DFE est une fermeture transitive.
- [ ] Cet ensemble de DFE est une couverture minimale.

> **Solution** n°16

Exercice p. 24

Soit le schéma relationnel (on pose que tous les attributs sont atomiques) :

```
Adresse (Numero, Rue, Ville=>Ville, Pays=>Ville)
Ville (Ville, Pays=>Pays)
Pays (Pays)
```

En quelles formes normales est ce schéma relationnel ?

- [x] 1NF
- [x] 2NF
- [x] 3NF
- [x] BCNF

Aucune DF et aucune clé ne sont spécifiée, toutes les relations sont "toutes clés" et il n'y a aucune DF.

Tout schéma sans DF est normalisé en BCNF (démonstration triviale).

Glossaire

Relation toute clé

En base de données, on appelle une relation toute clé une relation dont tous les attributs sont nécessaires pour constituer une clé.

Abréviations

1NF : First Normal Form

2NF : Second Normal Form

3NF : Third Normal Form

4NF : Fourth Normal Form

5NF : Fifth Normal Form

BCNF : Boyce-Codd Normal Form

BD : Base de Données

DF : Dépendance Fonctionnelle

DFE : Dépendance Fonctionnelle Elémentaire

Bibliographie

Celko Joe. *SQL avancé : Programmation et techniques avancées*. Vuibert, 2000
.

Delmal Pierre. *SQL2 SQL3, applications à Oracle*. De Boeck Université, 2001
.